

Ministère de L'Enseignement Supérieur et de la Recherche Scientifique

Université 8 Mai 1945- Guelma

PNR : Habitat, construction et urbanisme (16)

Organisme de domiciliation : Laboratoire de Génie Civil et d'Hydraulique

Organisme pilote : CNERIB

Contrat n° : 16/37/2011 du 04/06/2011

Intitulé du projet : Analyse de la rupture et l'endommagement dans les matériaux composites
- Application aux tuyaux en PRV

Rapport détaillé

Equipe de recherche :

| | | |
|------------------------|----------------------------------|----------------|
| 1- GUENFOUD Mohamed | Université 8 Mai 1945 – Guelma | chef de projet |
| 2- BOUZERD Hamoudi | Université 20 Août 1955 – Skikda | Membre |
| 3- BOUZIANE Salah | Université 20 Août 1955 – Skikda | Membre |
| 4- AYACHI Kamel | Université 20 Août 1955 – Skikda | Membre |
| 5- BELGHOUL Badreddine | Université 20 Août 1955 – Skikda | Membre |

Octobre 2013

Table des matières

| | |
|---|----|
| 1. Introduction : | 3 |
| 2. Contenu du travail : | 6 |
| 2.1 Fissuration et délaminage: | 6 |
| 2.2 Coudage (kinking) : | 8 |
| 2.3 Endommagement : | 10 |
| 2.4 Implémentation numérique : | 10 |
| 2.4.1 Elément RMQ-7 : | 10 |
| 2.4.2 Utilisation de l'élément RMQ-7 : | 13 |
| 2.4.3 Logiciel éléments finis : | 15 |
| 2.5 Application aux tuyaux PRV : | 17 |
| 2.6 Thèses et publications : | 18 |
| 3. Conclusions : | 18 |
| Références | 20 |
| Annexes..... | 25 |
| A.4 Attestation de participation AUGC 2011 : | 26 |
| A.3 Attestation de participation CFM 2011 : | 27 |
| A.4 Attestation de participation CFM 2013 : | 28 |
| A.5 Attestation d'encadrement du doctorant Boulares : | 29 |
| A.6 Listing du programme éléments finis : | 30 |
| Information financière : | 42 |

1.Introduction :

Le présent rapport se veut une récapitulation du déroulement du projet de recherche scientifique et de développement technologique intitulé : « Analyse de la rupture et de l'endommagement dans les matériaux composites – Application aux tuyaux en PRV » et faisant partie du programme national de recherche dans le domaine de l'habitat, la construction et l'urbanisme.

Le projet de recherche officialisé en juin 2011 porte sur l'étude, la modélisation et l'analyse numérique des matériaux composites vis-à-vis des phénomènes destructifs inhérents à ces matériaux et qui s'ils ne sont pas bien maîtrisés peuvent mener à des dommages catastrophiques très coûteux économiquement et pie encore en vies humaines.

Les matériaux composites sont des matériaux relativement nouveaux. Ils sont multiphasiques et sont confectionnés en associant deux ou plusieurs matériaux pour obtenir un nouveau matériau avec des caractéristiques (mécaniques, acoustiques, thermiques, ...) meilleures que celles de chaque matériau à part.

Les matériaux composites sont constitués le plus souvent d'une matrice recevant un autre matériau appelé renfort pour donner un composite aux performances supérieures. C'est ainsi que selon l'objectif recherché (légèreté, résistance, isolation, ...) les matériaux de base sont choisis, mélangés et organisés de telle façon à aboutir au matériau avec les caractéristiques désirées, c'est des matériaux « à la carte ».

Pour l'histoire, nos ancêtres en Algérie (et d'autres pays de la méditerranée) ont utilisé un matériau composite à base de matériaux naturels : de la boue et des épis de paille pour fabriquer des briques servant à construire leurs demeures.

Les matériaux composites actuels sont à base des résines (matrice) avec des renforts granulaires ou filamenteux (fibre de verre, carbone, kevlar,...). Les stratifiés sont les plus utilisés, ils sont d'un grand intérêt dans des domaines stratégiques tels que l'aérospatial, l'industrie navale, la mécanique, l'armement et le Génie civil.

Ils consistent à superposer des couches minces, appelées « plis », suivant des orientations différentes selon l'objectif attendu et optimisés par une analyse des caractéristiques en fonction du nombre de plis et leurs orientations.

Le pli étant une couche mince formée d'une matrice avec des renforts unidirectionnels ou bidirectionnels conférant ainsi à ce pli un comportement orthotrope voir anisotrope si on se place hors des directions privilégiées.

Lors de la fabrication des stratifiés en empilant les plis de directions différentes il peut y avoir des défauts initiaux sur les interfaces séparant les couches. Ces défauts, sous forme de cavités ou de fissures de petites dimensions, peuvent causer la ruine des éléments structuraux lors de leur mise en exploitation.

Quand les éléments de structures sont mis en service, des contraintes naissent à l'intérieur du matériau et peuvent mener à la rupture du stratifié soit par dépassement des contraintes limites, situation prévisible et prise en compte par le dimensionnement classique, soit par le phénomène du délaminage (ou de l'endommagement) qui survient brutalement et menant à la ruine des éléments structuraux d'où sa gravité.

Le délaminage est le phénomène de séparation des plis au niveau de l'interface qui se manifestent aux bords du stratifié et causé par les contraintes de décohésion dues à la différence des caractéristiques mécaniques des plis et accentués par l'effet de bord.

L'initiation et la propagation du délaminage sont des paramètres d'une grande importance dans la conception et l'utilisation des matériaux composites stratifiés. La prédiction du délaminage et l'étude de sa stabilité sont la garantie devant des ruptures catastrophiques des stratifiés menant à la ruine des éléments structuraux.

L'endommagement qui se manifeste par une perte de rigidité du matériau soit d'une manière localisée ou distribuée peu aussi mener à la ruine.

Dans ce projet, il est question d'élaborer un modèle pour étudier ces phénomènes et de mettre au point un outil numérique pour les analyser. La diversité des géométries, des conditions aux limites et des charges des éléments structuraux rendent toute étude analytique par le biais de la mécanique classique des matériaux composites et la mécanique de la rupture ainsi que la théorie de l'endommagement quasi impossible, ce qui conduit au recours aux méthodes numériques et spécialement la méthode des éléments finis.

La méthode des éléments finis qui a fait ses preuves dans plusieurs domaines offre d'énormes possibilités de modélisation pour les géométries les plus compliquées et les conditions aux limites les plus diverses. La puissance de la méthode des éléments finis évolue de plus en plus avec les capacités sans cesse grandissantes des ordinateurs et de l'expérience cumulée de la communauté scientifique et industrielle.

Dans ce projet on utilise la méthode des éléments finis avec des éléments de type mixte. Les éléments finis mixtes sont plus appropriés pour l'étude des discontinuités (trous, cavités, fissures, délaminage) car ils permettent d'assurer, par les variables statiques, les conditions de bord libre sur les parties discontinues et la continuité du vecteur contrainte sur la partie cohérente, tandis que les variables cinématiques assurent la continuité des déplacements et mesurent l'ouverture des lèvres de la fissure.

L'élément utilisé dans ce projet est l'élément fini mixte baptisé RMQ-7 (Reissner Modified Quadrilater à sept nœuds) développé par BOUZERD (1992) et repris par BOUZIANE (2009) qui l'a reformulé sous forme isoparamétrique permettant ainsi de prendre en charge le cas des fissures inclinées ou courbes.

Dans le cadre de ce projet de recherche un programme utilisant la méthode des éléments finis est développé sous MATLAB. Ce logiciel est construit autour de l'élément RMQ-7 associé à la technique d'extension virtuelle de fissure menant à l'évaluation numérique du taux de restitution d'énergie paramètre de rupture caractérisant la fissure et qui comparé à la ténacité du matériau (valeur expérimentale) permet de s'exprimer sur la stabilité ou la propagation de la fissure (dé laminage).

Les résultats obtenus par ce logiciel sont confrontés à ceux analytiques, numériques ou expérimentaux de la littérature pour statuer sur la pertinence et les performances du modèle et de l'outil numérique

2. Contenu du travail :

2.1 Fissuration et délaminage:

Les fissures existantes comme défaut initial ou suite à la mise en œuvre des éléments de structures représentent des causes de rupture récurrentes dans les matériaux composites. Le traitement analytique de ces singularités avec les théories exactes de la mécanique sont quasi impossible. Les seuls résultats obtenus concernent des cas de géométries, de charges et de conditions aux limites simples. Dès lors que ces derniers deviennent un peu compliqués et si on ajoute le caractère anisotrope des matériaux les méthodes analytiques sont inopérantes.

Le recours aux méthodes numériques devient une nécessité pour les chercheurs afin d'approcher ce genre de problème en utilisant les concepts de la mécanique de la rupture qui tient compte des discontinuités causées par la fissuration et modélise correctement la singularité à la pointe de la fissure ou une concentration de contraintes est constatée.

La méthode des éléments finis est utilisée dans la cadre de ce projet avec un élément fini spécial du type mixte dénommé RMQ-7.

Dans la mécanique de la rupture il existe deux approches pour analyser la fissuration : l'approche locale et l'approche globale. Ces approches équivalentes permettent de caractériser la fissure et étudier sa stabilité en se référant à la capacité du matériau vis-à-vis de la fissuration quantifié par la Ténacité (valeur expérimentale obtenue par des essais normalisés).

L'approche locale est basée sur une analyse des champs de déplacement et des contraintes autour de la pointe de fissure afin de déterminer le paramètre de rupture, à savoir **le facteur d'intensité des contraintes** qui comparé au facteur d'intensité des contraintes critique qui caractérise le matériau permet d'évaluer la stabilité de la fissure et sa propension à la propagation.

L'approche globale est construite autour de considérations énergétiques. Dans ce cas le paramètre de rupture considéré est **le taux de restitution d'énergie** qui représente l'énergie qui doit être consommée pour créer de nouvelles surfaces. Le taux de restitution d'énergie représente le rapport de la variation de l'énergie de déformation à la variation de la longueur de la fissure. Ce paramètre est comparé à une caractéristique du matériau appelé taux de restitution d'énergie critique ou ténacité pour évaluer la tendance de la fissure à se propager ou non.

Dans ce projet, l'approche globale est utilisée dans l'étude des structures fissurée. Elle est associée à la technique d'extension virtuelle de fissure pour aboutir à l'évaluation du taux de restitution d'énergie. Cette technique consiste à considérer une extension virtuelle de la fissure par rapport à sa longueur initiale et l'énergie de déformation est évaluée dans cet état. Connaissant l'énergie déformation dans l'état initial de la fissure on peut quantifier la variation de l'énergie et d'obtenir ainsi le taux de restitution d'énergie.

Cette procédure nécessite deux discrétisations par éléments finis. Une discrétisation représentant l'état initial et une deuxième pour représenter l'état de la fissure avec l'extension. L'utilisation de l'élément RMQ-7 réduit cette analyse à une seule discrétisation comme sera montré plus loin.

L'étude de la fissuration est abordée en considérant le mode ouverture (mode I) et le mode glissement plan (mode II) et le mode mixte (mode I et mode II).

Les modes de rupture sont fortement influencés par le chargement. La géométrie et les caractéristiques mécaniques participent à l'avènement du mode mixte.

L'approche globale ne permet pas, comme le fait l'approche locale, de distinguer l'apport de chaque mode dans l'analyse de la fissuration, néanmoins et si besoin est, l'analyse des contraintes au niveau de la pointe de fissure conduirait à expliciter l'apport de l'un des modes et par la suite à apprécier l'influence de chaque mode.

Le modèle en cours est établi pour les comportements fragiles élastiques linéaires et il est tout à fait perfectible pour tenir compte de la ductilité et de la non linéarité (travail en cours).

Le délaminage un phénomène inhérent aux matériaux composites stratifiés. Sa cause essentielle réside dans les contraintes transverses, mal prises en compte dans la théorie classique des matériaux composites, auxquelles s'ajoutent, en l'aggravant, la disparité des caractéristiques mécaniques des plis et l'effet de bord.

Le délaminage est abordé sous les deux aspects : initiation et propagation. L'initiation du délaminage est étudiée à partir de l'analyse du champ des contraintes en utilisant des critères de rupture pour localiser les zones susceptibles de céder induisant une séparation des surfaces au niveau des interfaces.

Le choix du critère de rupture revêt une grande importance dans l'étude de l'initiation du délaminage. Une étude comparative est nécessaire pour évaluer l'efficacité des critères et leurs capacités à représenter la réalité physique du phénomène. Cette comparaison doit aussi être effectuée avec des résultats établis de la recherche tant expérimentaux que numériques ou analytiques.

L'initiation du délaminage reste tout de même un sujet d'une grande complication, car les paramètres qui le contrôlent sont multiples et ne peuvent se résumer aux aspects mécaniques et géométriques.

La propagation du délaminage, une fois initié et localiser, est étudié avec les outils de la mécanique de la rupture qui prend en compte la discontinuité créée par la séparation des surfaces au niveau de l'interface et la redistribution du champ de contrainte autour de la singularité naissante.

L'approche globale (énergétique) est utilisée pour déterminer les paramètres de rupture afin d'étudier la stabilité ou non du délaminage qui dans le cas d'une propagation instable mène inéluctablement à la ruine.

L'étude du délaminage est traitée en deux phases, une première où il n'est considéré que deux couches dans le stratifié et une seconde où le stratifié se compose de plusieurs couches. La première permet de tester dans une première approche et le modèle et les critères de rupture, la seconde phase, plus élaborée se veut une généralisation pour l'étude du délaminage dans les composites stratifiés.

Les études menées actuellement se font avec l'hypothèse d'un comportement fragile élastique linéaire. Le comportement élastoplastique non linéaire est en cours de modélisation.

2.2 Coudage (*kinking*) :

Le coudage ou le branchement est le fait qu'une fissure se propage dans une direction inclinée par rapport à sa direction initial. Les raisons de ce changement de direction sont multiples, mais les plus saillants sont : la non symétrie géométrique et des charges, la disparité des caractéristiques mécaniques et les conditions aux limites.

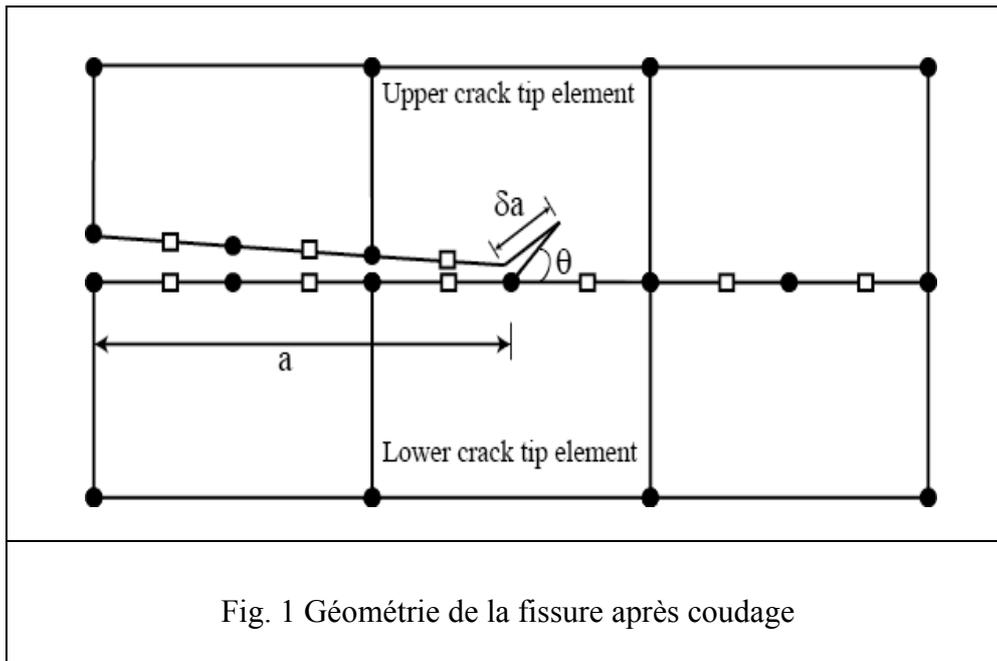
L'analyse de ce phénomène a été effectuée en premier sur des matériaux homogènes avec des fissures centrales ou débouchantes. Les résultats obtenus étaient d'une grande précision ce qui a ouvert la voie vers l'étude des bimatériaux (l'étude est en cours de finalisation) et par la suite élargir le champ vers les stratifiés.

Dans l'étude de coudage, l'élément essentiel à suivre est l'angle de coudage qui caractérise la nouvelle direction de la fissure. Pour y parvenir, la méthode globale utilisant le taux de restitution d'énergie avec la technique de l'extension virtuelle de la fissure est préconisée.

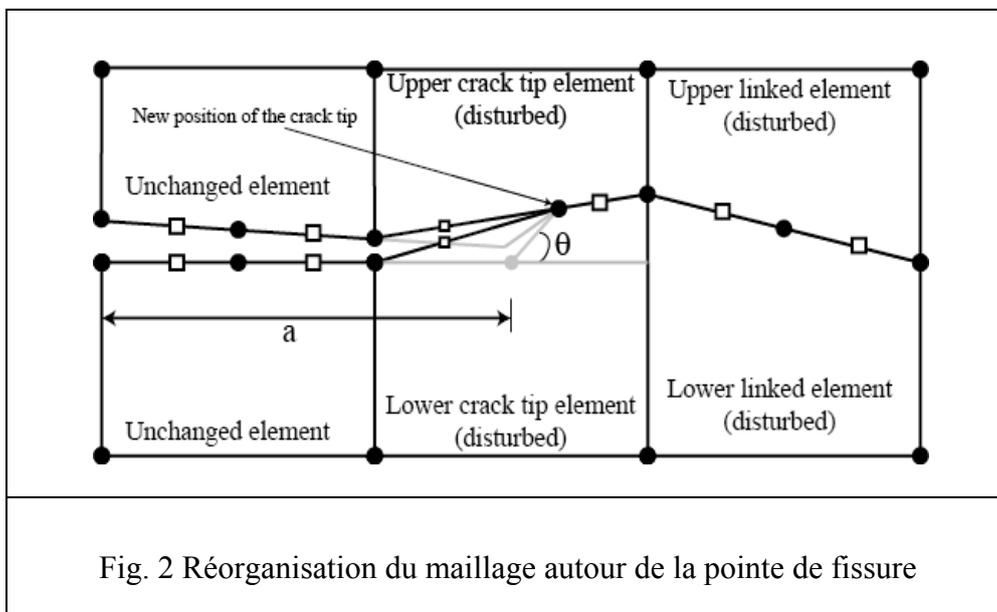
Une évaluation du taux de restitution d'énergie dans les différentes directions (pour différents angles de coudage entre 0 et 90°) permet de donner la direction la plus probable de branchement par comparaison des énergies mise en jeu pour chaque direction étudiée.

La première difficulté que pose la modélisation du coudage, vue le changement de direction de la fissure (Fig. 1), est en terme de maillage. Elle a été surmontée en adoptant une approximation (Fig. 2) permettant de garder l'énorme avantage apporté par l'élément RMQ-7 et qui consiste à étudier la structure fissurée avec une seule discrétisation et ce en réorganisant le maillage autour de la fissure.

Cette approximation a été mise à l'épreuve pour s'assurer de sa consistance et sa pertinence et les résultats qu'elle fournit ont largement conforté sa validité et son efficacité.



Le deuxième problème que pose l'étude du cou dage se présente dans le cas des bimatériaux où la fissure présente au niveau de l'interface entre les deux matériaux va s'incliner, dans le cas d'un branchement, dans l'un des deux matériaux ce qui pose problème dans l'attribution des caractéristiques mécaniques de l'élément de pointe de fissure dont l'étendue touche au deux matériaux (Fig. 2).



La première approche, en test, considère que la partie apportée lors du coulage par le deuxième matériau est infime ce qui rend son influence négligeable sur le comportement de l'élément à travers ses caractéristiques mécaniques.

La deuxième approche, va s'articuler sur la loi des mélanges pour déterminer les caractéristiques mécaniques de l'élément pointe de fissure qui empiète sur les deux matériaux en tenant compte de la proportion apporté par chaque matériau.

2.3 Endommagement :

L'endommagement qui affecte les matériaux composites et qui peut être localisé ou diffuse et qui se manifeste par une perte de rigidité du matériau composant la structure composite est en cours d'analyse. La masse du travail demandé pour la rupture a pratiquement absorbé la plus grande partie du temps imparti pour le projet.

2.4 Implémentation numérique :

La méthode des éléments finis est utilisée dans ce projet pour l'analyse numérique des différents phénomènes touchant aux matériaux composites après avoir établi un modèle décrivant le comportement et les paramètres physiques nécessaires.

Dans le cadre de ce projet, il a été procédé au développement d'un logiciel de calcul par éléments finis utilisant l'élément fini mixte RMQ-7 pouvant modéliser, en plus des structures continues, les structures à discontinuités (interface, fissures, trous).

Le recours aux éléments finis mixtes est justifié par la faiblesse des éléments déplacements (classiques) à prendre en compte la continuité du vecteur contrainte à travers les interfaces et l'effet de bord libre sur les lèvres des fissures.

Ces aspects sont faiblement représentés par les éléments déplacement qui approximent fortement les déplacements mais donne des contraintes discontinues et peu précises et dans des points particuliers (points de Gauss par exemple).

La présence des contraintes comme variables nodales pallie à ce problème et permettent la prise en compte de la continuité du vecteur contrainte et de l'effet du bord libre où les contraintes sont imposées (souvent nulles).

2.4.1 Elément RMQ-7 :

L'élément RMQ-7 (Reissner Modified Quadrilateral) est un élément du type mixte développé spécialement pour l'étude des interfaces cohérentes ou fissurées. Mis au point par Bouzard en 1992 avec une formulation dans la base physique, il a été repris en 2009 par Bouziane qui l'a

reformulé dans la base naturelle pour en extraire un élément isoparamétrique capable de représenter des interfaces inclinées et même courbes.

L'élément RMQ-7 s'arcoute sur la fonctionnelle de Reissner et utilise dans l'approximation les deux champs : le champ cinématique (déplacements) et le champ statique (contraintes). Ses variables nodales sont donc les déplacements des nœuds et les contraintes aux nœuds.

Sa formulation à passer par trois étapes essentielles (Fig.3) :

Etape 1 : construction de l'élément de référence RMQ-5.

Etape 2 : relocalisation des ddl et obtention de l'élément RMQ-11.

Etape 3 : condensation statique et obtention de l'élément RMQ-7.

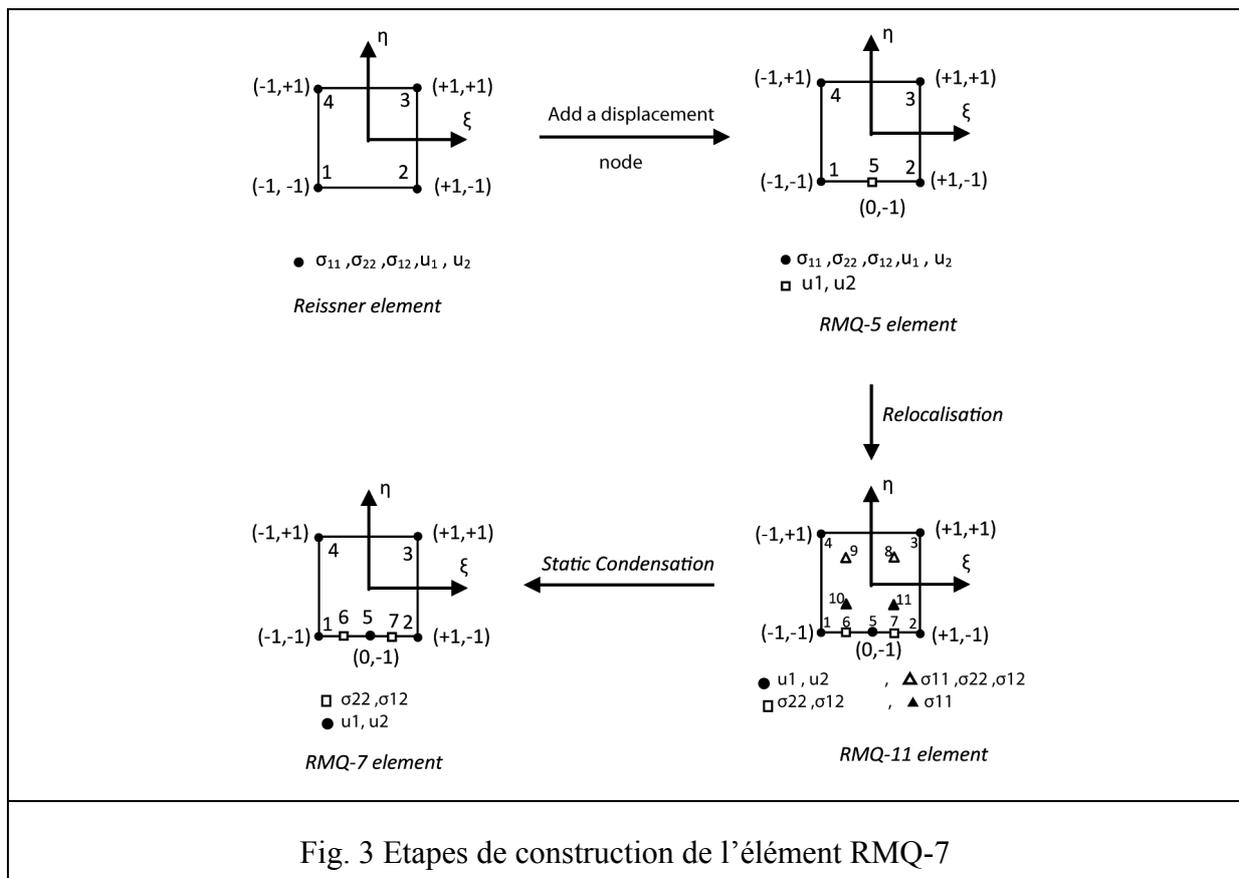


Fig. 3 Etapes de construction de l'élément RMQ-7

La première étape prend naissance à partir de l'élément complet de Reissner présentant quatre nœuds et vingt degrés de liberté (20 ddl) soit 5 ddl par nœuds. Chaque nœud contient toutes les composantes des déplacements (02 ddl) et toutes les composantes des contraintes (3 ddl).

A cet élément est ajouté un nœud déplacement médian sur l'un de ses côtés. Ce nœud déplacement sera affecté plus tard à la pointe de fissure jouant ainsi deux rôles, le premier est d'éviter la singularité des contraintes à la pointe de fissure en la représentant par un paramètre cinématique et le second est de participer à la continuité du champ de déplacement qui sera interpolé quadratiquement sur ce côté.

Cet élément dénommé RMQ-5 a été développé et validé en respectant scrupuleusement toutes les conditions requises (continuité, convergence, représentation des modes rigides, ...). Il est qualifié d'élément de référence du fait qu'il est la base de la construction de l'élément RMQ-7.

L'élément RMQ-5 est doté de 22 degrés de liberté dont 10 cinématiques et 12 statiques. Le champ de déplacement est bilinéaire sur trois de ses côtés et quadratique sur le quatrième qui a subi l'adjonction d'un nœud déplacement supplémentaire en son milieu. Le champ des contraintes, quant à lui, est interpolé avec des fonctions de formes bilinéaires.

L'élément RMQ-5 présente donc un côté particulier avec trois nœuds. Ce côté sera destiné à représenter l'interface entre deux matériaux ou deux plis. Le nœud médian (nœud 5) représentera la pointe de fissure dans le cas des structures à interfaces fissurées sinon il assurera la continuité du champ de déplacements avec les nœuds des extrémités.

Ainsi le champ cinématique est bien représenté dans le cas d'une interface fissurée. Le nœud médian, qui représente la pointe de fissure, avec un autre nœud d'extrémité du même côté (nœud 1 ou nœud 2) représentent la partie cohérente et assurent la continuité des déplacements. L'autre partie, du même côté, sera réservée à la fissure et le deuxième nœud d'extrémité servira à quantifier l'ouverture de la fissure.

Le champ de contraintes paraît receler plus de paramètres qu'il en est nécessaire pour représenter une interface fissurée ou cohérente. Le seul côté en lien avec l'interface est celui contenant les trois nœuds (1, 2 et 5), donc les nœuds 3 et 4 n'ont pas de lien avec l'interface. En outre, les seules composantes des contraintes mises en jeu dans la continuité à travers l'interface du vecteur contrainte et dans l'expression de l'effet du bord libre sont : σ_{12} et σ_{22} . La composante σ_{11} ne joue pas de rôle dans l'interface.

Ces constatations conduisent à user de la relocalisation pour se débarrasser des ddl "inutiles" pour l'étude de l'interface. C'est ainsi que les ddl contraintes des nœuds 3 et 4 et les composantes σ_{11} des nœuds 1 et 2 sont déplacés à l'intérieur strict de l'élément et les composantes σ_{12} et σ_{22} des nœuds 1 et 2 sont repositionnées au milieu des demi-côtés 1-5 et 2-5 créant ainsi un élément à 11 nœuds avec 7 nœuds sur les côtés et quatre nœuds à l'intérieur strict de l'élément. Cette réorganisation de la distribution des ddl sur l'élément ne change en rien les interpolations des champs de déplacements et de contraintes et permet de soustraire de l'assemblage les ddl non nécessaires pour l'interface.

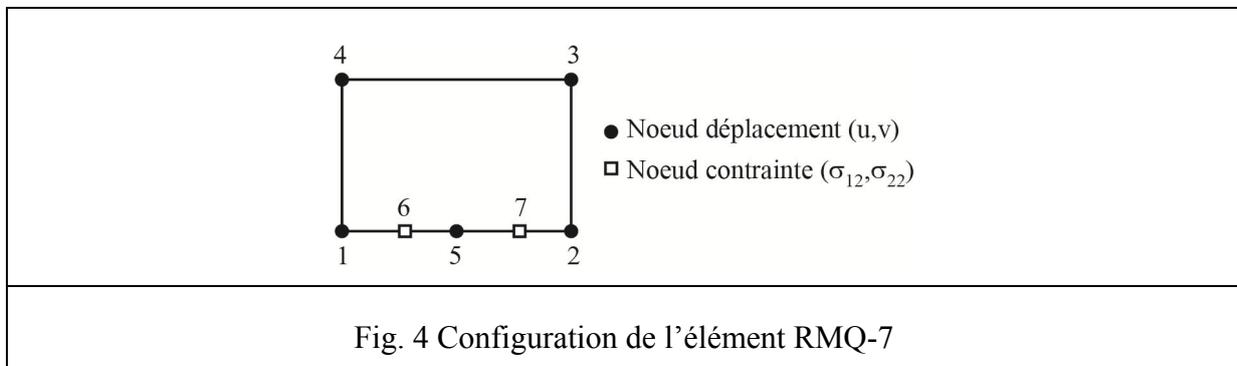
L'élément ainsi obtenu comporte toujours quatre côtés mais 11 nœuds et toujours 22 ddl à l'instar de son élément parent RMQ-5. Cet élément est dénommé RMQ-11 et il représente l'élément intermédiaire entre l'élément parent RMQ-5 et l'élément final RMQ-7.

L'élément RMQ-11 a subi avec succès les mêmes tests de validation de l'élément RMQ-5 ce qui permet de passer à l'étape suivante de la construction de l'élément RMQ-7.

La troisième et la dernière phase dans la mise au point de l'élément RMQ-7 consiste à éliminer les variables nodales des nœuds à l'intérieur de l'élément. Ces nœuds ne participent pas à l'assemblage et n'intéresse pas l'étude de l'interface.

La technique de la condensation statique est utilisée pour éliminer, par substitution, les variables des nœuds intérieurs et ce se basant sur les équations d'équilibre discrétisées (écrites sous forme matricielle).

Après la condensation statique et l'élimination des nœuds intérieurs, l'élément ainsi obtenu se présente avec 7 nœuds et 14 degrés de liberté (Fig. 4). Trois de ses côtés sont compatibles avec l'élément déplacement classique à quatre nœuds et l'élément triangulaire CST à trois nœuds. Le quatrième côté est celui spécial pour l'interface, il contient à lui seul 5 nœuds : 3 nœuds déplacement aux extrémités et au milieu (nœuds 1, 2 et 5) et deux nœuds contraintes aux milieux des demi-côtés 1-5 et 2-5 et qui sont numérotés 6 et 7 (la numérotation est opérée dans le sens contraire des aiguilles d'une montre en commençant par les nœuds déplacement).



L'élément RMQ-7 a été, à son tour validé vis-à-vis de tous les tests d'usage et mis à l'épreuve de l'étude des interfaces aussi bien cohérentes que fissurées et les résultats qu'il a fournis sont d'une très bonne précision.

2.4.2 Utilisation de l'élément RMQ-7 :

L'utilisation de l'élément RMQ-7 permet une meilleure représentation de l'interface tant cohérente que fissurée (Fig. 5). L'élément RMQ-7 peut se positionner soit en élément supérieur soit en élément inférieur par rapport à l'interface reprenant ainsi toutes les spécificités de l'interface.

A la pointe de fissure est placé un nœud déplacement évitant ainsi la singularité des contraintes telle que montrée par la théorie de la mécanique de la rupture. Sur la partie cohérente le nœud pointe de fissure et les nœuds déplacements situés après lui assurent la continuité des déplacements et les nœuds contraintes intermédiaires se chargent de la continuité du vecteur contrainte.

Sur la partie fissurée, les nœuds déplacements appartenant à l'élément supérieur et à l'élément inférieur permettent de mesurer l'ouverture (en mode I) ou le glissement (en mode II) de la

fissure ou les eux en même temps (en mode mixte). Les nœuds statiques permettent d'imposer les conditions aux limites statiques (effet de bord libre).

L'élément RMQ-7 peut être utilisé seul dans une discrétisation ou connecté à des éléments classiques (rectangle à 4 nœuds ou triangle à 3 nœuds) dans le souci d'alléger les calculs et réduire le temps de traitement. Néanmoins, l'élément RMQ-7 avec 14 ddl n'est pas aussi lourd que l'élément rectangulaire classique à 8 nœuds et pas loin de l'élément triangulaire à 6 nœuds et 12 ddl.

Il faut ajouter à ça la performance sans cesse galopante des calculateurs (ordinateurs) ce qui a réduit les temps et les coûts de calcul évitant ainsi et de plus en plus ce souci.

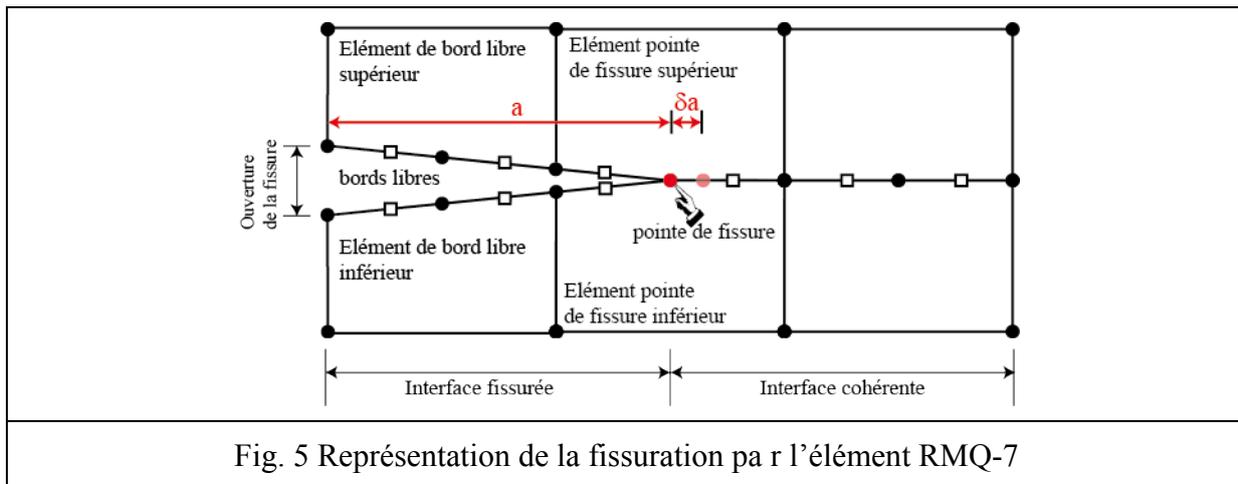


Fig. 5 Représentation de la fissuration par l'élément RMQ-7

Dans ce projet les discrétisations effectuées sont toutes avec l'élément RMQ-7. Des essais avec des éléments classiques connectés à RMQ-7 ont montré une différence qui n'est pas assez déterminante, pour les cas étudiés, pour pencher vers ce type de maillage mixte. Une étude fine, si besoin est, est à mener pour évaluer les gains et les avantages d'un tel maillage mixte.

Dans la pratique des calculs des structures fissurées, le calcul des paramètres de rupture se fait soit en considérant une approche globale en déterminant le **taux de restitution d'énergie**, soit une approche locale en exploitant le champ de contrainte ou le champ de déplacement pour aboutir au **facteur d'intensité de contraintes**.

Dans ce travail, on a adopté l'approche globale en utilisant **la technique d'extension virtuelle de la fissure**. Cette technique consiste à supposer une augmentation virtuelle de la fissure d'une quantité δa dans le sens de la fissure qui pour longueur initiale « a ». On évalue l'énergie de déformation W dans l'état « a » puis dans l'état « $a + \delta a$ » et le taux de restitution d'énergie G sera obtenu par le rapport entre la variation de l'énergie δW et la variation de la longueur de la fissure δa , soit : $G = \delta W / \delta a$.

Cette technique nécessite deux discrétisations par éléments finis pour déterminer le taux de restitution d'énergie. Une discrétisation dans l'état « a » pour évaluer l'énergie $W(a)$ et une

autre dans l'état « $a+\delta a$ » afin de calculer l'énergie $W(a+\delta a)$ ce qui permet de quantifier la variation $\delta W = W(a) - W(a+\delta a)$, et par la suite déduire G .

Avec l'élément RMQ-7 la détermination du taux de restitution d'énergie se fait **en une seule discrétisation**. En effet, dans le cadre des hypothèses de l'élasticité linéaire et des petits déplacements, les déplacements et les contraintes obtenus dans les deux états (a et $a+\delta a$) sont sensiblement les mêmes d'autant que la variation δa est très petite. Ce constat, mathématiquement cohérent et physiquement acceptable conduit à considérer, pour le calcul de G , un seul état : celui de « $a+\delta a$ ».

En examinant la figure (Fig. 5), on voit que tout déplacement de δa de la pointe de fissure se fait à l'intérieur strict des deux éléments supérieur et inférieur de la pointe de fissure sans affecter les autres éléments du maillage qui restent inchangés. Donc seules les matrices de rigidité-souplesse de ces deux éléments changent du fait du changement de position du nœud pointe de fissure, les autres gardent les mêmes matrices de rigidité-souplesse dans les deux états et comme les valeurs nodales sont considérées les mêmes dans les deux états, alors ces éléments vont donner une contribution nulle dans la variation δW et donc seuls les deux éléments de pointe de fissure donnent une contribution significative.

Dans la pratique, la structure fissurée est discrétisée dans l'état « $a+\delta a$ » tout en calculant et stockant les matrices de rigidité-souplesse des éléments de pointe de fissure dans l'état « a » ce qui permet de calculer G en un seul passage éléments finis par différence entre les matrices élémentaires des éléments de pointe de fissure multiplié par les vecteurs des valeurs nodales correspondantes.

Cette technique mise au point par Bouzard dans sa thèse de Doctorat a fait ses preuves et est devenue une caractéristique de l'élément RMQ-7 associé à la méthode d'extension virtuelle de fissure au vu de la qualité des résultats obtenus.

Dans le cas du coudage, la perturbation, comme montré plus haut (Fig. 2), touche quatre éléments autour de la pointe de fissure et la technique reste valable en mobilisant les quatre éléments touchés par le changement.

2.4.3 Logiciel éléments finis :

Dans le cadre de ce projet un logiciel élément finis a été développé par l'équipe de recherche. Le puissant logiciel MATLAB a été utilisé pour élaborer ce programme et qui se décline, à l'image de tous les programmes des éléments finis, en trois grandes parties : Préprocesseur, processeur et post processeur.

Le préprocesseur permet l'acquisition et l'organisation des données en vue de les utiliser par le processeur (la méthode des éléments finis proprement dit). Il est constitué par deux volets : le premier destiné au maillage et le second aux autres données concernant les caractéristiques

mécaniques des matériaux, les conditions aux limites et les charges et les autres données nécessaires.

Deux mailleurs automatiques ont été implémentés. Le premier est destiné aux structures planes de formes rectangulaires ou composées par de sous rectangles et de sous triangles. Le second concerne les structures de formes tubulaires (cylindriques) pour les structures à symétrie de révolution (cylindres pleins, tubes circulaires).

Ces mailleurs, qui nécessitent peu de données génèrent des maillages complets avec comme résultat un fichier contenant les numéros et les coordonnées des nœuds et les numéros et les connectivités des éléments avec identification des éléments de pointe de fissure qui seront utilisés plus tard dans le calcul du taux de restitution.

Le maillage obtenu est ensuite dessiné graphiquement pour vérifier sa conformité avec la structure étudiée.

Une fois le maillage réalisé, le logiciel se charge de demander l'identification des nœuds qui doivent recevoir les conditions aux limites et les charges afin de les spécifier pour la suite des calculs. Les différents types de matériaux sont ensuite affectés aux éléments et un affichage graphique permet de vérifier la véracité de l'introduction de ces données.

L'ensemble de ces données sont ensuite restituées dans un fichier pour une éventuelle réutilisation ou pour d'éventuels changements ce qui permet de gagner énormément sur le temps de mise en donnée.

Le programme est conçu de telle manière à lire les données directement à partir d'un fichier ou de les générer d'une manière interactive par une interface utilisant le clavier.

Le processeur est le moteur de ce logiciel. Il reprend l'intégralité de la méthode des éléments finis et il est répartie en trois parties qui paraissent distincts mais qui peuvent inter-dépendre, à savoir : évaluation des caractéristiques élémentaires, assemblage, introduction des conditions aux limites et résolution. La première partie se charge du calcul des caractéristiques élémentaires (matrices de rigidité-souplesse et vecteurs des forces nodales équivalentes de chaque élément) et de les placer dans la matrice de rigidité-souplesse globale et le vecteur des forces nodales équivalentes global.

Donc l'évaluation des caractéristiques élémentaires et l'assemblage (la génération de la matrice de rigidité-souplesse globale et le vecteur des forces nodales équivalentes global) se fait d'une manière concomitante de telle sorte à obtenir la matrice globale et le vecteur global dès le traitement du dernier élément et sans enregistrer les caractéristiques élémentaires ce qui représente un grand gain dans l'espace mémoire et le temps de calcul.

Une fois l'opération d'assemblage terminée, le tour est pour l'introduction des conditions. La matrice globale obtenue après l'assemblage est singulière (donc non inversible) et ce n'est qu'après élimination des modes rigides par la prise en compte des conditions aux limites en

nombre suffisant (la structure doit être au moins isostatique) que le système linéaire obtenu admet une solution

L'introduction des conditions aux limites est effectuée en modifiant la matrice globale et le vecteur global sans modifier leurs tailles et en remplaçant les variables imposées dans le second membre.

Une fois les conditions aux limites introduites, la résolution du système devient possible et la procédure de résolution de MATLAB est lancée pour aboutir à la solution par la détermination du vecteur des variables nodales.

A ce niveau se termine l'étape du processeur. Le post processeur prend le relais pour le traitement et l'édition des résultats. L'extraction des variables nodales, pour chaque élément, est effectuée en se basant sur les connectivités de l'élément concerné. Les valeurs nodales des éléments de la pointe de fissure sont extraites et enregistrées pour servir plus loin dans le calcul du taux de restitution d'énergie dans le cas des structures fissurées.

La solution obtenue est organisée par nœud et transférée dans un fichier. Chaque ligne contient le numéro du nœud et les deux composantes des déplacements dans le cas des nœuds cinématiques et les deux composantes des contraintes dans le cas des nœuds statiques. Le taux de restitution d'énergie est évalué, affiché et conservé dans le fichier des résultats.

Le logiciel a été validé sur des cas académiques sur plusieurs aspects et les résultats qu'il donne sont très proches et précises.

2.5 Application aux tuyaux PRV :

Les tuyaux en PRV sont un support d'étude et de validation du modèle et du logiciel développé en lien avec le secteur socio-économique.

Cette partie du projet est en cours d'analyse et elle représente un des objectifs essentiels. Elle a constituée le sujet d'une thèse de doctorat confié au doctorant Boulares sous la direction du docteur Bouzerd.

L'étude bibliographique, l'établissement du modèle sont achevés et la mise au point numérique est en cours. L'étude prévoit l'analyse des tuyaux PRV vis-à-vis des fissures radiales et circonférentielles. Les premiers résultats peuvent voir le jour courant le premier semestre 2014.

La durée du projet et les difficultés de son lancement, vu le retard observé dans son financement, sont les causes essentielles qui ont repoussé l'échéance d'un semestre. Il faut aussi ajouter que la complexité de la problématique abordée est un paramètre pesant.

Il faut signaler la disponibilité du partenaire socio-économique qui a fourni à l'équipe de recherche les données dont ils ont besoin ainsi que le processus de fabrication et les défauts

initiaux qui peuvent survenir lors de la fabrication des tuyaux PRV. Il a aussi posé le problème environnemental que peuvent causer les déchets de fabrication et les moyens de les réutiliser dans le domaine de la construction.

2.6 Thèses et publications :

Le présent projet a donné lieu à une thèse de doctorat en lien directe avec sa problématique et 04 autres thèses de doctorat traitant de sujets qui représentent les suites et les perspectives ouvertes par le présent projet.

Le sujet en lien directe avec le présent projet est intitulé : « Modélisation des structures composites cylindriques par éléments finis mixtes (RMQ-7) – Application aux tuyaux PRV » et confié au doctorant Boulares (université 20 Août 1955 – Skikda)

Les autres sujets se déclinent comme suit :

| Intitulé | Doctorant | Etablissement |
|---|--------------------|----------------------|
| Etude numérique du délaminage sous chargement dynamique. | Djoudi Larbi | Université de Skikda |
| Analyse du comportement non linéaire vis-à-vis de la rupture des matériaux sandwich | Ghanai Doria | Université de Skikda |
| Modélisation non linéaire de la rupture en mode II (glissement plan) dans les structures composites | Mouats Mahira | Université de Skikda |
| Etude de la propagation d'une fissure d'une manière non colinéaire dans le domaine dynamique | Remmache Abdlekrim | Université de Skikda |

Trois communications internationales ont couronné ce projet. La première à l'occasion de l'AUGC 2 qui s'est déroulé à Tlemcen en Mai 2011. La seconde lors du 20^{ème} Congrès Français de Mécanique qui s'est tenu en août 2011 à Besançon (France). La troisième est publiée lors Congrès Français de Mécanique qui s'est tenu en août 2013 à Bordeaux (France).

3. Conclusions :

Le projet confié l'équipe de recherche a pour thématique « l'analyse de la rupture et l'endommagement dans les matériaux composites » a été réalisé à plus de 80% du fait qu'il reste finir avec l'application aux tuyaux PRV et compléter l'objectif fixé par l'analyse de l'endommagement. En effet les aspects concernant la fissuration, le délaminage et le cou dage ont été épuisés et une partie de leurs résultats publiée.

Les résultats obtenus sont très encourageants vu leurs pertinences et leurs précisions comparés à ceux obtenus par d'autres chercheurs utilisant d'autres méthodes et d'autres procédés (analytiques, numériques et expérimentaux).

L'élément RMQ-7 et la technique qui lui est associée a montré sa grande efficacité dans le traitement des problèmes de ruptures dans les matériaux composites avec des discrétisations modérés (un nombre de ddl réduit) et des résultats d'une grande précision. A titre d'exemple dans l'étude du coudage, le même problème a été traité par le code ABAQUS qui a utilisé une discrétisation à 27000 ddl et par le logiciel développé pour ce projet et qui a discrétisé la même structure avec 12441 ddl et a donné des résultats plus proches comparés à la solution exacte.

Les résultats de ce projet ont fait l'objet de 03 communications internationales et sa thématique a donné lieu à une thèse de doctorat.

Comme perspectives ouvertes par ce projet de recherche on cite la prise en compte des charges dynamiques et des comportements non linéaires dans l'étude de la rupture et du coudage.

Ces perspectives sont proposées dans 04 sujets de thèse qui représentent un prolongement de ce projet de recherche.

Références

- [1] Aivazzadeh S., 'Eléments finis d'interface. Application aux assemblages collés et structures stratifiées', Thèse de docteur-ingénieur, Université de Technologie de Compiègne, 1984.
- [2] Aivazzadeh S., « Eléments finis d'interface. Application aux structures stratifiées » Comptes Rendus des Quatrièmes Journées Nationales sur les Composites, Paris, 11-13 Septembre 1984, publiés par G. Verchery, Pluralis, pp. 401-413, 1984.
- [3] Bambole A. N. and Desai Y. M., 'Hybrid-interface finite element for laminated composite and sandwich beams', Finite Elements in Analysis and Design, 43, pp. 1023-1036, 2007.
- [4] Bambole A. N. and Desai Y. M., « Hybrid-interface element for thick laminated composite plates », Compt. Struct., 85, pp. 1484-1499, 2007.
- [5] Bathe K. J. & Wilson E. L., "Numerical methods in the finite element analysis", Prentice-Hall, 1976.
- [6] Bazeley G., Chung Y. H., Irons B. M. & Zienkiewicz O. C., "Triangular elements in bending-Conforming and non-conforming solution", Proc. Conf. Matrix Methods in Structural Mechanics, Air Force Inst. Tech., Wright-Patterson A. F. Base, Ohio, 1965.
- [7] Bichara M., 'Formulation d'éléments d'interface. Application aux assemblages collés', Thèse de doctorat, Université Paris VI, 1990.
- [8] Bjerken C. & Persson C., « A numerical method for calculating stress intensity factors for interface cracks in bimetals », Engineering Fracture Mechanics, 68, pp.235-246, 2001.
- [9] Bouchard P.O., "Contribution à la modélisation numérique en mécanique de la rupture et structures multimatériaux", Thèse de doctorat, Ecole Nationale Supérieure des Mines de Paris, 2000.
- [10] Bouchemalla S., « Etude des interfaces cohérentes ou fissurées des bimatériaux orthotropes », Mémoire de Magister, Université du 8 Mai 1945, Guelma, 2003.
- [11] Boufeloussa A., « Etude des interfaces fissurées dans les milieux anisotropes par éléments finis mixtes d'interfaces », Mémoire de Magister, Université du 20 Aout 1955, Skikda, 2005.
- [12] Bouzard H., 'Elément fini mixte pour interface cohérente ou fissurée', Thèse de doctorat, Université de Claude Bernard (Lyon I), 1992.
- [13] Bouziane S., Bouzard H. and Guenfoud M. "Mixed finite element for modelling interfaces", European Journal of Computational Mechanics, 18(2), 155-175, 2009.

- [14] Carrera E., 'C⁰ Reissner-Mindlin multilayered plate elements including zig-zag and interlaminar stress continuity', *Int. J. Num. Meth. Engng.* 39, pp. 1797-1820, 1996.
- [15] Carrera E., 'Mixed layer-wise models for multilayered plates analysis', *Compos. Struct.* 43, pp. 57-70, 1998.
- [16] Carrera E., 'Transverse normal stress effects in multilayered plates', *ASME J. Appl. Mech.*, 66, pp. 1004-1011, 1999.
- [17] Chatterjee A. & Seltur A. V., « A mixed finite element formulation for plate problems », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 4, pp. 76-84, 1972.
- [18] Clements D.L., "A crack between dissimilar anisotropic media", *Int. J. Engng. Sci.*, 9, pp.257-265, 1971.
- [19] Clough R. W., "The finite element method in structural mechanics", Chapter 7 of *Stress analysis*, ed. O. C. Zienkiewicz and G. S. Holister, Wiley, 1965.
- [20] Desai Y. M., Ramtekkar G. Y., 'Mixed finite element model for laminated composite beams', *Struct. Eng. Mech.* 13, pp. 261-276, 2002.
- [21] Destuynder Ph., Djaoua M., « Sur une interprétation mathématique de l'intégrale de Rice en théorie de la rupture fragile », *Math. Meth. In the Appl. Sci.*, Vol. 3, pp. 70-87, 1981.
- [22] Destuynder Ph., Djaoua M., Lescure S., «Quelques remarques sur la mécanique de la rupture élastique », *J. de Méca. Théorique et Appliquée*, Vol. 2, N°1, pp. 113-135, 1983.
- [23] Dhatt G. et G. Touzot, "Une présentation de la méthode des éléments finis", Maloine, Paris, 1981.
- [24] Dundurs J., « Edge-bonded dissimilar orthogonal elastic wedges », *J. Appl. Mech.*, 36, pp.650-652, 1969.
- [25] Dunham R. S. & Pister K. S., « A finite element application of Hellinger-Reissner variationnal theorem » AFFDI-TR-68-150, pp. 471-487, 1968.
- [26] Elouard A., « Etude numérique par éléments finis de la fissuration avec remaillage automatique – Application à la mécanique des chaussées », Thèse de Doctorat de l'Ecole Nationale des Ponts et Chaussées, 1993.
- [27] England A. H., "A crack between dissimilar media", *ASME J. Appl. Mech.*, 32, 400-402, 1965.
- [28] Gallagher R. H, "Introduction aux éléments finis", Edition Pluralis (traduction française), 1976.
- [29] Gotoh M., "Some problems of bonded anisotropic plates with cracks along the bond", *Int. J. Fract. Mech.*, 3, 253-265, 1967.
- [30] Griffith A. A., "The theory of rupture", *Proceedings of the 1st Int. Cong. on Appl. Mech.*, Delft, pp. 55-63, 1924.

- [31] Gurson A. L., « Plastic flow and fracture behavior of ductile materials incorporating void nucleation, growth and interaction », Ph.D. thesis, Brown University, 1975.
- [32] Habib M., 'Eléments finis axisymétriques d'interface pour l'analyse des structures stratifiées et des assemblages collés', Thèse de doctorat, Université de Claude Bernard (Lyon I), 1989.
- [33] Hallen K., « Analysis of elastic plates by simplified finite element method », Acta Polytechnica Scandinavia, Civil Engineering Series, n°46, Trondheim, 1967.
- [34] Hellen T.K., « On the method of virtual crack extensions », Int. J. for Num. Meth. In Engng, Vol. 9, pp. 187-207, 1975.
- [35] Herrmann L. R., 'A bending analysis for plates', Proc. Conf. Matrix Methods in Structural Mechanics, AFFDL-TR-66-80, pp. 577-604, 1966.
- [36] Hu H. C., "On some variational principles in the theory of elasticity and the theory of plasticity", Scientia Sinica, vol. 4, pp. 33-45, 1955.
- [37] Irwin G. R., Fracture, « Handbuch der Physik », vol. VI, Springer, Berlin, 1958.
- [38] Leblond J. B., « Rupture fragile et rupture ductile », C. R. Acad. Sci. Paris, t.326, Série IIB, pp. 243-250, 1998.
- [39] Lin K. Y. & Mar J. W., « Finite element analysis of stress intensity for cracks at a biomaterials », Int. J. of Fracture, vol. 12, 4, pp. 521-531, 1976.
- [40] Malyshev B. M., Salganik R.L., "The strength of adhesive joints using the theory of cracks", Int. J. Fract. Mech., 5, pp.114-128, 1965.
- [41] Mirza F. A. & Olson M. O., "The mixed finite element method in plane elasticity", International Journal for Numerical Methods in Engineering, vol. 15, pp. 273-289, 1980.
- [42] Ni L., Nemat-Nasser S., "Interface crack in anisotropic dissimilar materials: An analytic solution", Applied Mechanics and Engineering Science, University of California, 1990.
- [43] Noor A. K., 'Multifield (mixed and hybrid) finite elements models', State of the art surveys in finite element technology, ASME, chapter 5, pp. 127-162, 1983.
- [44] Olson M. D., « The mixed finite element method in plane elasticity and elastic contact problems », Hybrid and mixed finite element methods, edited by S. N. Atluri, S. Gallagher & O. C. Zienkiewicz, John Wiley and Sons, New York, chapter 2, pp. 19-49, 1983.
- [45] Owen D. R. G. & Fawkes A. J., « Engineering fracture mechanics », Pineridge Press Ltd, Swansea, U.K, 1983.
- [46] Pagano N. J., "Exact solutions for composite laminates in cylindrical bending", Journal of Composite Materials, vol.3, pp. 398-411, 1969.
- [47] Pagano N. J., "Exact solutions for rectangular bidimensionnal composite and sandwich plates", Journal of Composite Materials, vol.4, pp. 20-35, 1970.
- [48] Pan E. & Amadei B., « Boundary element analysis of fracture mechanics in anisotropic biomaterials », Engineering analysis with Boundary Elements, 23, pp. 683-691, 1999.

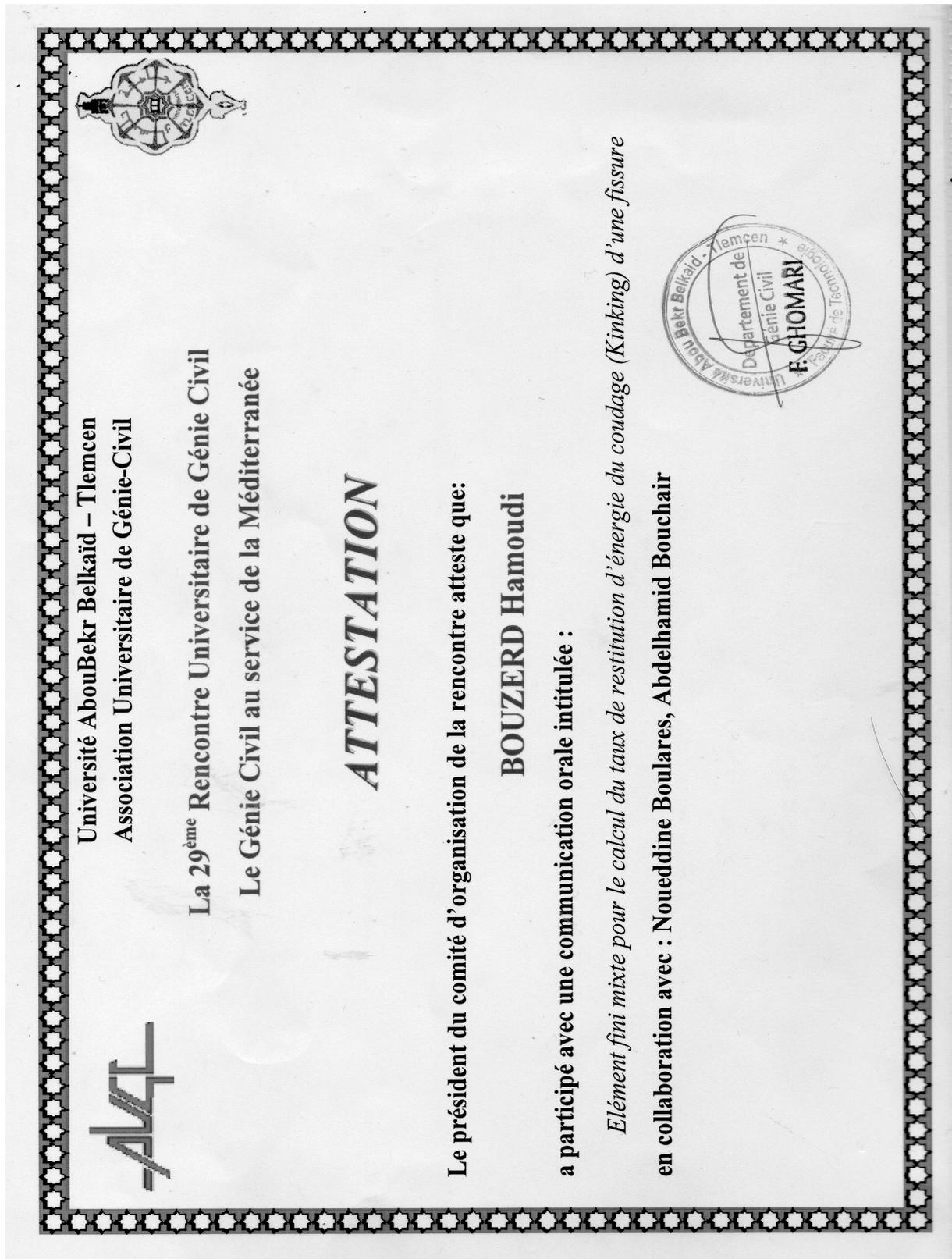
- [49] Parks D.M., « A stiffness derivative finite element technique for determination of crack tip stress intensity factors », *Int. J. Fract.*, Vol. 10, N°4, pp. 487-502, 1974.
- [50] Petit C., « Modélisation des milieux composites multicouches fissurés par la mécanique de la rupture », Thèse de Doctorat de l'Université de Clermont-Ferrand II, 1990.
- [51] Pian T. H. H., "Basis of finite element methods for solid continua", *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 1, pp3-28, 1969.
- [52] Pian T. H. H., "Derivation of element stiffness matrices by assumed stress distributions" *A. T. A. A. Journal*, vol. 2, pp. 1333-1336, 1964.
- [53] Qu J. & Bassani J. L., "Crack on bimaterial and bicrystal interfaces", *J. Mech. Phys. Solids*, 37, pp.435-453, 1989.
- [54] Qu J., Bassani J. L., "Interfacial fracture mechanics for anisotropic bimaterials", *J. of Appl. Mechs.*, vol. 60, pp.422-431, 1993.
- [55] Ramtekkar G. S., Desai Y. M. & Shah A. H., 'Application of three-dimensional mixed finite element model to the flexure of sandwich plate', *Comput. Struct.* 81, pp. 2183-2198, 2003.
- [56] Ramtekkar G. S., Desai Y. M. & Shah A. H., 'Mixed finite element model for thick composite laminated plates', *Mech. Adv. Mater. Struct.* 9, pp. 133-156, 2002.
- [57] Recho N., « Rupture par fissuration des structures », *Traité des nouvelles technologies, Série Matériaux*, Edition Hermes, 1995.
- [58] Reissner E., "On variational theorem in elasticity", *Journal of Mathematics and physics*, vol. 29, pp. 90-95, 1950.
- [59] Rice J. R. & Sih G. C., "Plane problems of cracks in dissimilar media", *ASME J. Appl. Mech.*, 32, pp.418-423, 1965.
- [60] Rice J. R. & Sih G. C., « Plane problems of cracks in dissimilar media », *J. of Appl. Mech.*, 32 series E, 2, pp. 418-423, 1965.
- [61] Rice J. R., « A path independent intergral and the approximate analysis of strain concentration by notches and cracks », *J. Applied Mechanics*, 35, pp. 379-386, 1968.
- [62] Rice J. R., Tracey D. M., « On the ductile enlargement of voids in triaxial stress fields », *J. Mech. Phys. Solids* 17, pp. 201-217, 1969.
- [63] Sarhan-Bajbouj A., 'Eléments finis d'interface pour le calcul des structures hétérogènes', Thèse de doctorat, Université de Claude Bernard (Lyon I), 1990.
- [64] Shi Y. B., Chen H. R., "A mixed finite element for interlaminar stress computation", *Compos. Strut.* 20, pp. 127-136, 1992.
- [65] Suo Z., "Singularities, interfaces and cracks in dissimilar anisotropic media", *Proc. Soc. Lond.*, A 427, pp.331-358, 1990.

- [66] Tseng J. & Olsen M. D., « The mixed finite element method applied to two-dimensional elastic contact problems », *International Journal for Numerical Methods in Engineering*, vol. 17, pp. 991-1014, 1981.
- [67] Verchery G., "Applications aux structures minces élastiques de principes variationnels mixte. Exemple de la poutre à cisaillement transversal", *Compte Rendus à l'Académie des sciences, Paris*, tome 278, Série A, 18 Février, pp. 571-574, 1974.
- [68] Verchery G., "Extremal theorems in terms of mixed variables. Application to beams and plates subjected to transverse shear", *Fifteenth Polish Solid Mechanics Conference, Zakopane, Pologne*, 3-12 Septembre 1973, Résumés des communications, pp.258-259, 1973.
- [69] Verchery G., « Méthodes numériques de calcul des champs de contraintes dans les matériaux hétérogènes », vol. 1, Ed. Fouet J.M. et Ladeveze P., *Pluralis*, Paris, pp. 7-21, 1987.
- [70] Washizu K., "On the variational principles of elasticity and plasticity", Report 25-18, Cont. NSORI-07833, MIT, March, 1955.
- [71] Williams M. L., « On the stress distribution at the base of a stationary crack », *ASME J. Appl. Mech.* 79, pp. 109-114, 1957.
- [72] Williams M. L., "The stresses around a fault or crack in dissimilar media", *Bull. Seismol. Soc. Am.*, 49, pp.199-204, 1959.
- [73] Willis J. R., "Fracture mechanics of interfacial cracks", *J. Mech. Phys. Solids*, 19, pp.353-368, 1971.
- [74] Wu C. P., Lin C. C., "Analysis of sandwich plates using mixed finite element", *Compos. Struct.* 25, 1993, p. 397-405.
- [75] Wu K. C., « Stress intensity factor and energy release rate for interfacial cracks between dissimilar anisotropic materials », *J. of Appl. Mech.*, 57, pp. 882-886, 1990.
- [76] Yang W. and al., « Orthotropic transform for planar anisotropic elasticity and reduced dependence of elastic constants », *Proc. R. Soc. Lond.*, pp.1843-1855,1998.
- [77] Zegloul A., "Concepts fondamentaux de la mécanique de la rupture", DEA, Mécanique - Matériaux – Structures – Procédés, Université de Metz, 2003-2004.
- [78] Zhang X.B., « Etude numérique de la propagation de fissures par la mécanique de la rupture », Thèse de Doctorat de l'Université de Clermont-Ferrand II, 1992.

Annexes

- Attestation de participation AUGC 2 (Tlemcen 2011)
- Attestation de participation CFM (Besançon 2011)
- Attestation de participation CFM (Bordeaux 2013)
- Attestation d'encadrement du doctorant Boulares
- Listing du programme éléments finis

A.1 Attestation de participation AUGC 2011 :



A.2 Attestation de participation CFM 2011 :



ATTESTATION

Je soussigné, Marc Dahan, secrétaire du XXème congrès français de mécanique, certifie que :

Monsieur BOUZIANE Salah

a participé aux travaux dudit congrès sur la période du lundi 28 août au vendredi 2 septembre 2011.

A Besançon, le 1^{er} septembre 2011

A handwritten signature in black ink, appearing to read 'M Dahan', written over a circular stamp.



A.3 Attestation de participation CFM 2013 :



ATTESTATION DE PRESENCE

Je soussigné, Pr. Ivan IORDANOFF, président du Comité d'Organisation du CFM 2013, certifie que

Dr Salah Bouziane
UNIVERSITÉ DU 20/08/1955 SKIKDA
Algérie

a assisté au Congrès Français de Mécanique, s'étant déroulé du lundi 26 au vendredi 30 août 2013 à l'ENSEIRB-MATMECA de Talence, pour lequel il a présenté la communication « **Analysis of sandwich beams using mixed finite element** ».

Pr. Ivan IORDANOFF
Président du Comité d'Organisation du CFM 2013

CFM 2013
Bordeaux
26 - 30 Août 2013

A.4 Attestation d'encadrement du doctorant Boulares :

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
REPUBLIQUE ALGERIENNE DEMOCRATIQUE ET POPULAIRE

Ministère de l'Enseignement Supérieure
et de la Recherche Scientifique

Université 20 Août 1955 - Skikda

Faculté de Technologie
Vice Doyennat chargé de la Post- Graduation , de
la Recherche Scientifique et des Relations Extérieures

Réf : 01/10/V.D.P.G.R.S.R.E /2013



وزارة التعليم العالي
والبحث العلمي

جامعة 20 أوت 1955 - سكيكدة

كلية التكنولوجيا
نيابة العمادة المكلفة بما بعد التدرج
و البحث العلمي و العلاقات الخارجية

رقم : 01/10/ن.ع.د.ت.ب.ع.ع.خ /2013

Attestation d'encadrement

La Doyenne de la Faculté de Technologie atteste que L'enseignant: **BOUZERDE Hamoudi**, maître de conférences classe -A- à l'université du 20 Août 1955-Skikda, assure l'encadrement de doctorat de l'étudiant: **BOULARES Noureddine**, au niveau du département de Génie Civil au titre de l'année universitaire 2012/2013.

Intitulé de la Thèse préparée : « Modélisation des structure Composites cylindriques par élément fini mixte - Applications aux tuyaux P.R.V ».

Skikda, le 28/10/2013

La Doyenne



عميدة كلية التكنولوجيا
الدكتورة: منسية رواينيسية

A.5 Listing du programme éléments finis :

```

clear all

% Programme de calcul par éléments finis
% développé dans le cadre du PNR Habitat, construction et urbanisme
% sur le thème :
%"Analyse de la rupture et l'endommagement dans les matériaux composites"
%Contrat n° : 16/37/2011 du 04/06/2011

Etude=input('Donner le titre de l etude :','s');

h_debut=clock;

%%

% Création et Ouverture du fichier de données
extdon={' .don'};           %Extension du fichier des connectivités
don=char(strcat(Etude, extdon));% Nom fichier : mécanique, CL&chages
fidon=fopen(don, 'r');

%%

%Lecture des connectivités
text1=fscanf(fidon, '%s\n',4);
LC1=fscanf(fidon, '%d %d %d %d',4);
nte=LC1(1); % nte : nombre total d'éléments
nnt=LC1(2); % nnt : nombre total de noeuds
nmat=LC1(3);% nmat : nombre de matériaux
ifis=LC1(4);% ifis : etat de la fissuration

text2=fscanf(fidon, '%s\n',3);
icont=fscanf(fidon, '%d %d %d %d', [12,nte]);
icon=icont'; % icon : matrice des connectivités
clear icont

```

```

%%

% Lecture des données matérielles, CL & chargement
text3=fscanf(fidon, '%s\n',2);
L01=fscanf(fidon, '%d %d %d',2);
nni=L01(1); % nni : nombre de noeuds imposés
nnch=L01(2); % nnch : nombre de noeud chargés

% Données matérielles
text4=fscanf(fidon, '%s\n',5);
amt=fscanf(fidon, '%e %e %e %e %e %e %e',7);
am=amt'; % am : vecteur des caractéristiques mécaniques
clear amt

% Conditions aux limites
text5=fscanf(fidon, '%s\n',3);
bt=fscanf(fidon, '%e %e %e %e %e %e %e',[5,nni]);
b=bt'; % Matrice des conditions aux limites
clear bt

%Chargement
text6=fscanf(fidon, '%s\n',2);
chat=fscanf(fidon, '%e %e %e %e %e %e %e',[3,nnch]);
cha=chat'; % cha : Matrice des charges
clear chat

%%

%Lecture des coordonnées
text7=fscanf(fidon, '%s\n',3);
cort=fscanf(fidon, '%d %g %g',[3,nnt]);

```

```

cor=cort'; % cor : matrice des coordonnées des noeuds

clear cort

% disp(cor)

%%

fclose(fidon);

% fclose(fidout);

% fclose(fidcor);

% fclose(fidccr);

%%

%Calcul du nombre de ddl imposés

nddl=sum(b(:,2))+sum(b(:,3)); % nddl : nombre de ddl imposés

% Détermination de la matrice des ddl imposés

v9=zeros(nddl,2);

i9=0;

for j9=1:nni

    if b(j9,2)==1

        i9=i9+1;

        v9(i9,1)=2*b(j9,1)-1;

        v9(i9,2)= b(j9,4);

    end

    if b(j9,3)==1

        i9=i9+1;

        v9(i9,1)=2*b(j9,1);

        v9(i9,2)= b(j9,5);

    end

end

ddli=v9(:,1);

```

```

%%
% *****
% ASSEMBLAGE
% *****

%KG=assemblage(am,nnt,nte,cor,icon,cha); %Construction de la matrice
globale

%function KG=assemblage(am,nnt,nte,cor,icon,cha)

KG=zeros(2*nnt); % initialisation de la matrice globale
FG=zeros(2*nnt,1); % initialisation du vecteur force global

% initialisation des différences des matrices des éléments de pointe
% de fissure entre l'état "a" et "a+da" et des valeurs nodales de ces
% éléments en vu du calcul du taux de restitution d'énergie
dke3 =zeros(14,14);
dke13=zeros(14,14);
dke4 =zeros(14,14);
dke14=zeros(14,14);
sol3=zeros(14,1);
sol13=zeros(14,1);
sol4=zeros(14,1);
sol14=zeros(14,1);

for ne=1:nte
    icone=icon(ne,1:12);% Extraction des connectivités de l'élément ne

    core=zeros(7,3);
    loca=zeros(1,14);
    for i2=1:7

```

```

core(i2,1:3)=cor(icone(i2),1:3);% coordonnées des noeuds de l'élément
loca(2*i2-1)=2*icone(i2)-1;
loca(2*i2)=2*icone(i2);
end

% KeEt=zeros(2*nnt,2*nnt);% mise à zero de la matrice étendue
ke=ElementBH5(icone,core,am);% Matrice élémentaire
%%
%Sauvegarde des matrices de la pointe de fissure pour le calcul de G
%dans les cas avec et sans coudage
% dke3 =zeros(14,14);
% dke13=zeros(14,14);
% dke4 =zeros(14,14);
% dke14=zeros(14,14);
% %if ifis==0
% if icone(10)==3
%     ke3=ke;% Matrice élément pointe de fissure M#1 + da
%     am03=am;
%     am03(6)=0;
%     am03(7)=0;
%     ke03=ElementBH5(icone,core,am03);
%     dke3=ke03-ke3;
%     loca3=loca;
%     icone3=icone;
% end
% if icone(10)==13
%     ke13=ke;% Matrice élément pointe de fissure M#2 + da
%     am013=am;

```

```
am013(6)=0;

am013(7)=0;

ke013=ElementBH5(icone,core,am013);

dke13=ke013-ke13;

local13=loca;

icone13=icone;

end

%   if am(7)~=0 % cas avec coudage

if icone(10)==4

    ke4=ke; % Matrice élément adjacent pointe de fissure M#1 + da

    am04=am;

    am04(6)=0;

    am04(7)=0;

    ke04=ElementBH5(icone,core,am04);

    dke4=ke04-ke4;

    loca4=loca;

    icone4=icone;

end

if icone(10)==14

    ke14=ke;% Matrice élément adjacent pointe de fissure M#2 + da

    am014=am;

    am014(6)=0;

    am014(7)=0;

    ke014=ElementBH5(icone,core,am014);

    dke14=ke014-ke14;

    local14=loca;

    icone14=icone;

end
```

```

%     end

%end

%%

%Placement de la matrice élémentaire dans la matrice globale

    for i=1:14;

        for j=1:14;

            KG(loca(i),loca(j))= KG(loca(i),loca(j))+ke(i,j);

        end

    end

str = sprintf('***** Traitement de l''élément n° : %d ', ne);

disp(str);

end % Fin de la boucle sur les éléments

%%

% Formation du second membre : vecteur des forces

for nch=1:nnch

    FG(2*cha(nch,1)-1)=cha(nch,2);

    FG(2*cha(nch,1))=cha(nch,3);

end

disp('Fin de l''assemblage')

%end % fin fonction assemblage

%KGT=KG; %Stockage de la matrice globale avant conditions aux limites

%FGT=FG; %Stockage de la matrice des forces avant conditions aux limites

% savefile='Etude.mat';

% save(savefile,'FG','v9','icon','cha','cor','b')

% clear( 'FG','v9','icon','cha','cor','b');

%%

%Prise en compte des Conditions aux limites

```

```

disp('Introduction des conditions aux limites')

% ddli=v9(:,1);

KG(:,ddli)=[];

KG(ddli,:)=[];

% load(savefile, 'FG')

FG(ddli,:)=[];

% Resolution

disp('Résolution')

tic

sol1=KG\FG;

T_resolution=toc;

% save(savefile,'KG','FG')

% %Organisation de de la solution par noeud

ddl=1:2*nnt;

ddla=ddl';

ddla(ddli,:)=[];

sola=[ddla sol1];

sol2=[sola;v9];

solt=sortrows(sol2,1);

sol=zeros(nnt,3);

for i5=1:nnt

    sol(i5,1)=i5;

    sol(i5,2)=solt(2*i5-1,2);

    sol(i5,3)=solt(2*i5,2);

end

%%

% Extraction des valeurs nodales des éléments de pointe de fissure

% if ifis==0 %cas de structure fissurée

```

```

%if am(7)~=0 %cas avec coudage

% sol3=zeros(14,1);

% sol13=zeros(14,1);

% sol4=zeros(14,1);

% sol14=zeros(14,1);

for i3=1:7

sol3(2*i3-1) = sol(icone3(i3),2);
sol3(2*i3)   = sol(icone3(i3),3);
sol13(2*i3-1)= sol(icone13(i3),2);
sol13(2*i3)  = sol(icone13(i3),3);
sol4(2*i3-1) = sol(icone4(i3),2);
sol4(2*i3)   = sol(icone4(i3),3);
sol14(2*i3-1)= sol(icone14(i3),2);
sol14(2*i3)  = sol(icone14(i3),3);

end

%end

%%

%Calcul du taux de restitution d'énergie G

Da=am(6)/am(5);

g1=(sol3'*dke3*sol3+sol4'*dke4*sol4)/2;
g2=(sol13'*dke13*sol13+sol14'*dke14*sol14)/2;
G=(g1+g2)/Da;

%%

```

```

disp('Ecriture des résultats dans le fichier .sol')

% Ecriture des résultats dans le fichier nom.sol

extres={' .sol'};           %Extension du fichier des connectivités
res=char(strcat(Etude, extres));% Nom fichier : mécanique, CL&charges
fires=fopen(res, 'w');
fprintf(fires, 'Titre de l''étude : %s\n', Etude);
fprintf(fires, 'Nombre total d''éléments : %d\n', nte);
fprintf(fires, 'Nombre total de noeuds : %d\n', nnt);

%%

%Ecriture de la valeur de G dans le fichier résultat

if ifis==0

fprintf(fires, '*****\n');
fprintf(fires, '***** Taux de restitution d''énergie G= %f ***\n', G);
fprintf(fires, '*****\n');

fprintf(fires, '***** Angle de cou dage = %5.2f
***\n', am(7));

fprintf(fires, '***** Coefficient cf = %5.2e           ***\n', am(5));
fprintf(fires, '***** Variation Da=af/cf = %5.2e           ***\n', Da);
fprintf(fires, '*****\n');

end

%%

%Estimation du temps de calcul

h_fin=clock;
tcalcul=etime(h_fin, h_debut);
jours= floor(tcalcul/(3600*12));
tcalcul=tcalcul-3600*12*jours;
hrs= floor(tcalcul/3600);
tcalcul=tcalcul-3600*hrs;
mins = floor(tcalcul/60);

```

```

tcalcul=tcalcul-60*mins;

scds = tcalcul;

fprintf(fires, '***** Temps de calcul ***** \n');

fprintf(fires, '** %d jours, %d heures, %d minutes, %6.3f secondes **\n', ...
        jours, hrs, mins, scds);

fprintf(fires, '***** \n');

%%

fprintf(fires, '*****\n');

fprintf(fires, '***** SOLUTION *****\n');

fprintf(fires, '*****\n');

fprintf(fires, 'Noeud   UX(S12)       Uy(S22)\n');

for ires=1:nnt

fprintf(fires, '%3d %12.8f %12.8f\n', sol(ires,1), sol(ires,2), sol(ires,3));

end

%%

%Tracée de la structure déformée

hold on

ech=50; %echelle

for iel=1:nte

    if icon(iel,9)==0

        xd1=cor(icon(iel,4),2)+ech*sol(icon(iel,4),2);
        xf1=cor(icon(iel,1),2)+ech*sol(icon(iel,1),2);
        yd1=cor(icon(iel,4),3)+ech*sol(icon(iel,4),3);
        yf1=cor(icon(iel,1),3)+ech*sol(icon(iel,1),3);
        xd2=cor(icon(iel,3),2)+ech*sol(icon(iel,3),2);
        xf2=cor(icon(iel,2),2)+ech*sol(icon(iel,2),2);
        yd2=cor(icon(iel,3),3)+ech*sol(icon(iel,3),3);
        yf2=cor(icon(iel,2),3)+ech*sol(icon(iel,2),3);
    
```

```
else

    xd1=cor(icon(iel,2),2)+ech*sol(icon(iel,2),2);
    xf1=cor(icon(iel,3),2)+ech*sol(icon(iel,3),2);
    yd1=cor(icon(iel,2),3)+ech*sol(icon(iel,2),3);
    yf1=cor(icon(iel,3),3)+ech*sol(icon(iel,3),3);
    xd2=cor(icon(iel,1),2)+ech*sol(icon(iel,1),2);
    xf2=cor(icon(iel,4),2)+ech*sol(icon(iel,4),2);
    yd2=cor(icon(iel,1),3)+ech*sol(icon(iel,1),3);
    yf2=cor(icon(iel,4),3)+ech*sol(icon(iel,4),3);

end

line([xd1 xf1],[yd1 yf1],'color','b','LineStyle','-')
line([xd2 xf2],[yd2 yf2],'color','b','LineStyle','-')
line([xd1 xd2],[yd1 yd2],'color','b','LineStyle','-')
line([xf1 xf2],[yf1 yf2],'color','b','LineStyle','-')

end
```

Information financière :

الجمهورية الجزائرية الديمقراطية الشعبية
République Algérienne Démocratique et Populaire
وزارة التعليم العالي و البحث العلمي الجمهورية

BILAN FINANCIER

Direction Générale de la Recherche Scientifique et du Développement Technologique

DOMICILIATION DU PROJET

Organisme de domiciliation

Laboratoire de Génie Civil et d'Hydraulique
Université 8 mai 1945 Guelma

Organisme pilote

CNERIB

2. IDENTIFICATION DU PROJET

| | |
|-----------------------|---|
| Titre du projet : | Analyse de la rupture et l'endommagement dans les matériaux composites - Application aux tuyaux en PRV |
| Acronyme du projet : | |
| Intitulé du thème : | Matériaux composites et géo matériaux |
| Intitulé de l'axe : | Matériaux de construction |
| Intitulé du domaine : | Habit, Construction et Urbanisme |

| | | |
|------------------|-------|-------------------------------|
| Chef de projet | | |
| Nom et prénom | Grade | Etablissement de rattachement |
| GUENFOUD Mohamed | Pr. | Université 8 mai 45 Guelma |

3. BILAN FINANCIER

| CHAPITRES | Somme à louer | Consommation |
|---|---------------------|-------------------|
| CHAPITRE I Remboursement de frais | 220.000,00 | 00,00 |
| CHAPITRE II MATERIEL ET MOBILIER | 800.000,00 | 800.000,00 |
| CHAPITRE III FOURNITURES | 30.000,00 | 25.000,00 |
| CHAPITRE IV CHARGES ANNEXES | 0,00 | 0,00 |
| CHAPITRE V PARC AUTOMOBILE | 0,00 | 0,00 |
| CHAPITRE VI FRAIS DE VALORISATION ET DE DEVELOPPEMENT TECHNOLOGIQUE | 0,00 | 0,00 |
| CHAPITRE VII RETRIBUTION DES ACTIVITES DES CHERCHEURS | 0,00 | 0,00 |
| Total | 1.050.000,00 | 825.000,00 |

Le Chef de Projet

Pr. Guenfoud Mohamed

Le Directeur du laboratoire LGCH